

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΕΠΑΛ

ΘΕΜΑ Α

- A1) Σελίδα 93, “Ο αριθμός όμως αυτός είναι..”
A2) Σελίδα 16, “Γενικά μια συνάρτηση f ,...”
A3) α-Λ, β-Σ, γ-Σ, δ-Σ, ε-Λ
A4) α) 0, β) $2x$

ΘΕΜΑ Β

B1

Πλήθος ωρών x_i	Συχνότητα n_i	Σχετική Συχνότητα $f_i\%$	Αθροιστική Συχνότητα N_i
0	10	20	10
1	15	30	25
2	11	22	36
3	8	16	44
4	6	12	50
Σύνολο	50	100	

B2.

$$\bar{X} = \frac{0+15+22+24+24}{50} = \frac{85}{50} = 1.7$$

B3.

$$\delta = \frac{t_{25} + t_{26}}{2} = \frac{1+2}{2} = 1,5 \quad (v=50 \text{ άρτιος})$$

B4.

$$f_1\% + f_2\% + f_3\% + f_4\% = 20 + 30 + 22 + 16 = 88\%$$

B5.

$$Y_i = X_i + 4 \Rightarrow \bar{Y} = \bar{X} + 4 = 1.7 + 4 = 5,7$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η $f(x) = -2x^3 + 6x^2 + a$ είναι πολυωνυμική άρα είναι παντού παραγωγίσιμη άρα $f'(x) = 6x(2 - x)$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$+$	$-$
$f(x)$		$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$

Γ2. Η f παρουσιάζει τοπ. ελάχιστο στο $x = 0$ και τοπ. μέγιστο στο $x = 2$. Άρα

$$\frac{f(0) + f(2)}{2} = -8$$

$$a - 16 + 24 + a = -16$$

$$a = -12$$

Γ3.

$$\lambda = f'(1) = -6 + 12 = 6$$

$$f(1) = -2 + 6 - 12 = -8$$

$$y = \lambda x + \beta \Rightarrow f(1) = f'(1)1 + \beta \Rightarrow -8 = 6 + \beta \Rightarrow \beta = -14$$

$$\text{Άρα } y = 6x - 14$$

Γ4.

Είναι f γνησίως φθίνουσα $[2, +\infty)$. Έτσι

$$f(x) \leq f(2) \Leftrightarrow -2x^3 + 6x^2 - 12 \leq -4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -2x^3 + 6x^2 - 8 \leq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x^3 - 6x^2 + 8 \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 4 \geq 0$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Έχουμε

$$f'(x) = x^2 + 2\lambda x + 7$$

$$f'(1) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = 0$$

$$\Leftrightarrow 8 + 2\lambda = 0 \Leftrightarrow \lambda = -4$$

Δ2. Για $\lambda = -4$

$$f'(x) = x^2 - 8x + 7$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \quad \text{ή} \quad x = 7$$

Συνεπώς έχουμε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα στο $(-\infty, 1]$, γνησίως φθίνουσα στο $[1, 7]$ και γνησίως αύξουσα στο $[7, +\infty)$.

Δ3. Έχουμε ότι $2020 < 2025$ και αφού η f είναι γνησίως αύξουσα στο $[7, +\infty)$, ισχύει ότι

$$f(2020) < f(2025) \Leftrightarrow f(2025) - f(2020) > 0$$

Και $\frac{3}{2} < \frac{5}{2}$ η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $[1, 7]$ άρα ισχύει ότι

$$f\left(\frac{3}{2}\right) > f\left(\frac{5}{2}\right) \Leftrightarrow f\left(\frac{3}{2}\right) - f\left(\frac{5}{2}\right) > 0$$

Συνεπώς $A > 0$.

Δ4. Έχουμε $f'(x) = x^2 + 2\lambda x + 7$ και $f''(x) = 2x - 8$.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f'(x) - f''(x) + 1}{\sqrt{x+1} - \sqrt{3}} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 10x + 16)(\sqrt{x+1} + \sqrt{3})}{(\sqrt{x+1} - \sqrt{3})(\sqrt{x+1} + \sqrt{3})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-8)(\sqrt{x+1} + \sqrt{3})}{(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} (x-8)(\sqrt{x+1} + \sqrt{3}) = \\ &= -6 \cdot 2\sqrt{3} = -12\sqrt{3} \end{aligned}$$

ΟΡΟΣΗΜΟ ΠΕΙΡΑΙΑ - ΟΡΟΣΗΜΟ ΡΑΦΗΝΑΣ

Γρηγόρης Μπαξεβανίδης
Μιχάλης Λεντής

Θανάσης Μαλάκης